Kurzprotokoll Fragestunde 7b, 28.4.

Lösung S. 125 Nr. 10b

Es gibt mehrere Möglichkeiten. Eine besonders einfache:

Es gibt in den Dreiecken mit alpha und beta je einen 90°-Winkel (am Thaleskreis). Betrachten wir die (kleinen) Dreiecke, in denen alpha und beta vorkommen. Dort sind außer alpha bzw. beta noch die 90°-Winkel und je ein weiterer Winkel, die nennen wir gamma und delta.

Nach dem Winkelsummensatz gilt also:
alpha + gamma + 90° = 180° => alpha + gamma = 90°
beta + delta + 90° = 180° => beta + delta = 90°

Nach dem Scheitelwinkelsatz gilt aber, weil gamma und delta Scheitelwinkel sind, außerdem: gamma = delta

Weil gamma und delta gleich groß sind, und die Summe aus alpha und gamma so groß ist wie die Summe aus beta und delta, müssen die alpha und beta auch gleich groß sein.

S.126 / S.129 - Was sind Inkreis und Umkreis, in einfachen Worten?

Der Umkreis ist der Kreis, der so klein wie möglich ist, das Dreieck aber komplett umschließt. Deshalb liegen die Ecken des Dreiecks alle auf dem Kreis.

Der Inkreis ist der Kreis, der so groß wie möglich ist, aber noch komplett ins Dreieck hineinpasst. Deshalb muss er alle Seiten berühren.

Konstruktion S. 128 Nr. 6

1.: Zeichne Strecke c und trage Winkel beta bei B ab
2.: Konstruiere Umkreismittelpunkt:
    2.1: Zeichne Kreis mit Radius 4,5 um A
    2.2: Zeichne Kreis mit Radius 4,5 um B
    2.3: Schneide die Kreise
    2.4: Der Schnittpunkt oberhalb von c ist der Umkreismittelpunkt U.
3.: Zeichne den Umkreis um U (in U mit Zirkel einstechen und durch A oder B zeichnen)
4.: Den Schenkel vom Winkel beta mit dem Umkreis schneiden
5.: Der Schnittpunkt ist C.

Konstruktion S.128 Nr. 7

1.: Beliebigen Punkt U einzeichnen
2.: Kreis mit Radius r um U zeichnen (das ist der Umkreis)
3.: Da das Dreieck rechtwinklig ist, muss nach Satz des Thales die Seite c durch U gehen und genau so groß sein wie der Durchmesser und der Punkt C muss auf dem Kreis liegen

4.: Zeichne Strecke c so groß wie den Durchmesser des Kreises durch U (die Strecke "halbiert" den Kreis)
5.: Lege Geodreieck im Winkel alpha bei A an und zeichne den Punkt c auf dem Kreis ein
6.: Verbinde A, B, C zum Dreieck

Konstruktion S. 128 Nr. 9

gesucht sind die Wegränder - also Kreise, die zu dem Kreis, der durch die Mitte des Wegs geht, je einen Meter weit entfernt sind

1.: Bäume zum Dreieck verbinden
2.: Umkreis des Dreiecks konstruieren - das ist der Kreis durch die Mitte des Weges. Der Radius des Umkreis sei r.
3.: Zeichne einen Kreis mit Radius r-1 und einen Kreis mit Radius r+1 um den Umkreismittelpunkt.

Lösungshinweise S. 128 Nr. 10

Wichtig: Wir sollen nur zeigen, dass es NICHT der Umkreismittelpunkt ist, den richtigen Punkt müssen wir nicht finden.

Konstruiere das Dreieck mit den gegebenen Angaben im Maßstab (6cm, 8cm, 10cm).

Konstruiere dann den Umkreis des Dreiecks. Der Umkreismittelpunkt U liegt auf der Strecke c. Damit ist der Abstand von U zu A, B und C jeweils 5cm, d.h. 500m und die Summe der Abstände ist 1500m.

Betrachte irgendeinen Punkt innerhalb des Dreiecks und messe die Abstände zu A, B und C. Man sieht: die Summe der Abstände ist kleiner als 1500m - damit ist bewiesen, dass der Umkreismittelpunkt U nicht der Punkt mit dem kleinsten Abstand zu den Eckpunkten ist.

S. 130 - Was macht Karl falsch?

Wichtiger Hinweis: Druckfehler im Buch! Natürlich ist der Inkreisradius gemeint, nicht der Umkreisradius! (Beim Umkreisradius wärs ganz offensichtlich falsch, der Umkreis muss ja durch die Ecke gehen!)

Der Inkreis geht durch den Inkreismittelpunkt und den Schnittpunkt des Lots, d.h. einer Gerade, die senkrecht zur Seite steht und durch I geht.

Karl hat den Inkreismittelpunkt richtig konstruiert, aber der zweite Punkt, den er zum zeichnen benutzen will, ist falsch, da er den Schnitt-punkt der Winkelhalbierenden mit der Seite und nicht den Schnittpunkt des Lots benutzt. Die Winkelhalbierende steht nicht im 90°-Winkel zur Seite.

Daher würde der Kreis, den Karl zeichnet, über das Dreieck hinausragen. Der Inkreis ist aber der Kreis, der möglichst groß ist, aber vollständig in das Dreieck hineinpasst.